Министарство просвете, науке и технолошког развоја
Републике Србије
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

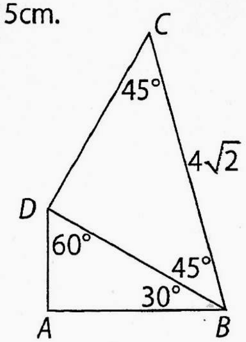
ШКОЛСКО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
УЧЕНИКА ОСНОВНИХ ШКОЛА - 01.02.2014.

VII РАЗРЕД

1. Ако је $a=2^2-(-3)^2-\left(-2^2\right)$, $b=5\cdot\sqrt{1-\left(\frac{4}{5}\right)^2}$ и $c=-\frac{10}{7}\sqrt{49}$, израчунај вредност израза $a-b+c$.

2. Израчунај дужину средње линије једнакокраког трапеза ако је дужина његове дијагонале 25cm, а висина 15cm.

3. Израчунај обим и површину четвороугла $ABCD$ користећи податке са слике.



4. Поред сваког темена седмоугла Милан је написао по један цео број, тако да је збир бројева који одговарају теменима једне странице 1, теменима суседне странице 2, теменима њој суседне 3, ... и теменима седме странице је 7. Које бројеве је Милан написао поред темена седмоугла?

5. Одреди најмањи четвороцифрени број дељив са 72 који има све цифре различите.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 120 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

РЕШЕЊА ЗАДАТАКА – VII РАЗЕД

Признавати свако тачно решење које се разликује од решења у кључу. Бодовање прилагодити конкретном решењу.

1. (**МЛ 47/5**) $a=-1$ (**5 бодова**), $b=3$ (**5 бодова**), $c=-10$ (**5 бодова**). $a-b+c=-14$ (**5 бодова**).

2. Нека је E подножје висине из темена C једнакокраког трапеза $ABCD$ чије су основице $AB=a$ и $CD=b$. Тада из правоуглог троугла AEC добијамо да је $AE=20\text{cm}$ (**5 бодова**). Како је $AE=AB-BE=a-\left(\frac{a-b}{2}\right)=\frac{a+b}{2}$, а средња линија $m=\frac{a+b}{2}$, то је и $m=20\text{cm}$ (**15 бодова**).

3. (**МЛ 48/1**) Троугао BCD је једнакокрако-правоугли па је $BD=CD$. Применом Питагорине теореме на овај троугао добијамо да је $DC=4$ (**2 бода**). Троугао ABD је правоугли. Како је угао између хипотенузе и катете $60°$ то је $AD=\frac{BD}{2}=2$ (**4 бода**). Применом Питагорине теореме на троугао ABD израчунавамо да је $AB=2\sqrt{3}$ (**4 бода**). Обим четвороугла је $2\sqrt{3}+4\sqrt{2}+6$ (**5 бодова**). Површина четвороугла једнака је збиру површина троуглова ABD и BCD: $\frac{BD\cdot CD}{2}+\frac{AB\cdot AD}{2}=8+2\sqrt{3}$ (**5 бодова**).

4. (**МЛ 48/2**) Обележимо са a, b, c, d, e, f, g бројеве које је Милан записао поред темена седмоугла. По услову задатка тада важи

$$a+b=1, b+c=2, c+d=3, d+e=4, e+f=5, f+g=6, g+a=7 \qquad (*)$$

Саберемо све ове једначине и добијамо

$$a+b+b+c+c+d+d+e+e+f+f+g+g+a=1+2+3+4+5+6+7$$

односно, $2(a+b+c+d+e+f+g)=28$ и $a+b+c+d+e+f+g=14$. Даље, у последњој једначини заменимо $a+b$, $c+d$, $e+f$ редом са 1, 3 и 5 (једначине из (*)) па је $1+3+5+g=14$ и $g=5$. Заменимо $g=5$ у последњој једначини (*) и $a=2$. Даље из прве од тих једначина је $b=-1$, из следеће је $c=3$, па $d=0$, $e=4$, $f=1$. Дакле, Милан је поред темена седмоугла записао бројеве $2, -1, 3, 0, 4, 1, 5$ (**20 бодова**).

5. Број 1000 при дељењу са 72 даје количник 13 и остатак 64, дакле недостаје му 8 да би био дељив са 72. Зато је најмањи четвороцифрени број дељив са 72 једнак 1008. Додајући по 72 закључујемо да је најмањи тражени број 1296 (**20 бодова**). (Признати пун број бодова за тачно наведене бројеве добијене на било који начин.)